

CoMa-Übung IX, 19.12.12

SATZ: (1) Klammerausdruck ist korrekt

\Leftrightarrow Stackbed. erfüllt

I. Stack ist am Ende leer

II. Man versucht nie ein Element vom leeren Stack zu nehmen.

(2) Ist das der Fall, so erkennt der Algo die richtigen $()$ -Paare.

Beweis:

Induktionsbeweis über die Länge des Ausdrucks n :

1.A.: $n=2$: 4 Fälle: • $() \rightarrow$ korrekt

• $(($ } nicht korrekt } \rightarrow Stack nicht leer
• $)$ } Zugriffe auf den
• $)$ $($ } leeren Stack

1.V.: Aussage stimmt für Ausdrücke mit einer Länge von 2 bis $n-1$.

1.S.: Aussage gilt auch für Länge n (← z.z.)

2 Richtungen sind zu zeigen:

(A) Ausdr. ist korrekt \Rightarrow Stackbed. erfüllt und (?)

(B) Stackbed. erfüllt \Rightarrow Ausdruck korrekt und (?)

zu A:) Ausdr. ist korrekt, $n \geq 2$:

grammatik

\Rightarrow Ausdr A hat eine von zwei Formen

A1) $A = (B)$ für einen korrekten Ausdr. B

A2) $A = BC$ " zwei korrekte " B, C

\Rightarrow B, C sind kürzer als A

\Rightarrow 1.V. auf B, C anwendbar

zu A2): $((\dots)) ((\dots))$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_B \quad \underbrace{\hspace{10em}}_C$

Stackbed. erfüllt \Rightarrow am Ende von B & C ist Stack leer
 + es wird nichts vom leeren Stack entnommen

$\Rightarrow A$ erfüllt die Stackbedingung auch

\Rightarrow Nach I.V. werden Paare in B, C richtig erkannt \rightarrow Paare werden in A auch richtig erkannt

zu A7): (\dots)
 $\underbrace{\hspace{10em}}_B$

\Rightarrow zuerst wird $($ auf den Stack gelegt

\Rightarrow Dann wird B abgearbeitet & B erfüllt Stack-Bed.

\Rightarrow Nach B ist der Stack wieder nur die rote Klammer

$\Rightarrow)$ wird bearbeitet und $($ vom Stack genommen

\Rightarrow Stackbed. erfüllt + $($ werden richtig zugeordnet + in B nach I.V. auch $\rightarrow C$

\textcircled{B} Stack-Bed. erfüllt \Rightarrow Klammerausdr. korrekt und Aussage \textcircled{A}

$\textcircled{B1}$ Stack wird zwischendurch leer $\textcircled{B2}$ \Rightarrow Stack wird nicht leer

\Rightarrow Betrachte das erste Mal, wenn das passiert und splitte den Ausdruck auf:

$A = B C \Rightarrow$ nach B ist der Stack das erste Mal leer

$\Rightarrow B, C$ erfüllen die Stack-Bed. auch

\Rightarrow Nach I.V. sind B, C korrekt

\Rightarrow Nach Grammatik ist A auch

\Rightarrow es liegt Fall $A = (B)$

$\Rightarrow B$ erfüllt Stack-Bed.

\Rightarrow Nach I.V. ist B korrekt

\Rightarrow Nach Grammatik ist das A korrekt.

korrekt

④ \Rightarrow klammerpaare werden richtig erkannt.

