

Dr. Britta Peis  
Martin Groß  
Dr. Max Klimm  
Madeleine Theile

Aylin Acikel, Katharina Bütow, Christian Döblin,  
Alexander Hopp, Daniel Kuske, Olivia Röhrig, Robert Rudow,  
Daniel Schmand, Hendrik Schrezenmaier, Judith Simon,  
Sebastian Spies, Steffen Suerbier, Fabian Wegscheider, Jan Zur

## Computerorientierte Mathematik I

### 9. Programmieraufgabe

Abnahme: spätestens am 17./18.01.2013 (je nach Gruppennummer).

**Ungerade Gruppennummern geben spätestens am Donnerstag,  
Gerade Gruppennummern geben spätestens am Freitag ab.**

a) **Vorbereitung**

Ladet euch die Vorgabedatei `vorgabe.zip` von der Homepage herunter und entpackt ihren Inhalt in einen Ordner `programs/program9`. Ihr findet u.a. eine Klasse `Example.java`, die allerdings noch nicht kompiliert werden kann, obwohl vieles auskommentiert ist. Die Ausgabe des fertigen Programms gibt es auch auf der Homepage. Ihr könnt daran euren Code überprüfen.

b) **Die Klasse Graph**

Schreibt eine Klasse `Graph`, die einen gerichteten Graphen  $G = (V, E)$  mit Knotenmenge  $V = \{0, \dots, n-1\}$  und Kantenmenge  $E \subseteq \{(v, w) : v, w \in V, v \neq w\}$  verwalten kann. (Die Definition von  $E$  impliziert, dass es immer höchstens eine Kante von  $v$  nach  $w$  und keine "Schleifen"  $(v, v)$  gibt.) Zu dem Graphen gehört auch eine Gewichtungsfunktion  $d : E \rightarrow \mathbb{R}$ , die ihr (wie in der Vorlesung) als  $n \times n$ -Matrix speichern sollt. Verwendet den Typ `double` dafür. Nicht vorhandene Kanten  $(v, w)$  mit  $v \neq w$  könnt ihr mit der Konstante `Double.POSITIVE_INFINITY` darstellen, die sich zudem beim Vergleichen, Addieren und Minimum Bilden wie  $+\infty$  verhält. Der Konstruktor nimmt als Parameter  $n$  entgegen und erzeugt einen Graphen mit  $n$  Knoten und keinen Kanten.

Das Array (und damit der Graph) soll nicht von außerhalb der Klasse direkt veränderbar sein. Schreibt stattdessen die folgenden öffentlichen Instanzmethoden und gebt ihnen sinnvolle Parameter und Rückgabetypen: `containsEdge`, `addEdge`, `removeEdge`, `getWeight`, `setWeight`. Orientiert euch dabei an

```
public void addEdge (int v, int w, double weight),
```

welche für das Ausführen der Beispiele vorhanden sein muss. Fehler sollen mit einer sinnvollen `IllegalArgumentException` abgefangen werden, z.B. wenn ein Knoten einen ungültigen Index hat, das Gewicht für eine Kante (neu) gesetzt wird, die nicht im Graphen vorhanden ist, oder eine Kante hinzugefügt wird, die es schon gibt oder eine Schleife wäre. Ferner sollte auch sichergestellt werden, dass der Graph keine Kanten

mit Gewicht `Double.POSITIVE_INFINITY` oder `Double.NEGATIVE_INFINITY` enthält.

Außerdem werden Methoden `getNumberOfNodes` und `getNumberOfEdges` benötigt. Statt bei jedem Aufruf die Anzahl der Kanten in der Matrix abzuzählen, sollt ihr jede Veränderung der Kantenzahl mitzählen.

Schließlich benötigt ihr noch eine Methode `toString`, welche die Parameter des Graphen und die Matrix ausgibt.

### c) Die Klasse **BellmanFord**

Diese Klasse nimmt im Konstruktor einen Graphen  $G = (V, E)$  entgegen und berechnet dafür mit dem Bellman-Ford-Algorithmus die Matrix  $U^{(n)}$  und die zugehörige `tree`-Matrix. Hier bezeichnet, wie üblich,  $n$  die Anzahl der Knoten des Graphen  $G$ .

Implementiert die folgenden drei Instanzmethoden. Sie sollen eine Exception werfen, falls der Graph negative Zyklen enthält.

- `getDistance(int v, int w)` und `getShortestPath(int v, int w)`: geben die Länge eines kürzesten Weges von  $v$  nach  $w$  bzw. die Knoten entlang eines kürzesten Weges von  $v$  nach  $w$  (inklusive  $v$  und  $w$ ) zurück. Falls es keinen Weg von  $v$  nach  $w$  gibt, geben die Methoden  $\infty$  bzw. `null` zurück.
- `public Graph getShortestPathTree(int v)`: konstruiert aus der `tree`-Matrix einen Graphen, der genau die Kanten enthält, die für die kürzesten Wege von  $v$  zu allen anderen Knoten benötigt werden. Die Gewichte dieser Kanten sollen denen aus dem ursprünglichen Graphen entsprechen.

Der Graph, der für die `BellmanFord`-Klasse benötigt wird, kann zwischen zwei Methodenaufrufen der Klasse `BellmanFord` verändert werden. Die Klassen `Graph` und `BellmanFord` sollen dabei so miteinander interagieren, dass die Methoden der Klasse `BellmanFord` auch nach Manipulation/Veränderung des Graphen, die für den veränderten Graphen korrekten Ergebnisse liefern (Hinweis: Arbeiten mit Referenzen anstatt von neuen Objekten). Aus Effizienzgründen sollte der Bellman-Ford-Algorithmus aber nur dann erneut ausgeführt werden, wenn der Graph zwischen zwei Methodenaufrufen auch tatsächlich verändert wurde (z.B. könnt ihr euch die Anzahl der Änderungen am Graphen in einem Datenfeld der Klasse `Graph` abspeichern und dieses ebenfalls als Datenfeld der Klasse `BellmanFord` einrichten).

### d) Die **Main-Methode**

Reaktiviert die gesamte `Example.java`. Schreibt zusätzlich eine eigene `Main`-Methode (in einer anderen Klasse), die die weiteren Fähigkeiten eures Codes (Löschen von Kanten, Exceptions, etc) an kleinen Beispielen demonstriert.

Hinweise:

- Die Länge eines kürzesten Weges ist zwar eindeutig (wenn es keine negativen Kreise gibt), der kürzeste Weg an sich ist es aber nicht immer eindeutig. In den gegebenen Beispielen sind jedoch fast alle Wege eindeutig, so dass Abweichungen nur sehr selten (wenn überhaupt) vorkommen sollten.

- Vergleicht eure Ergebnisse für die Beispielgraphen mit denen aus der Datei `Programmausgabe.txt`.

**Viel Spaß und Erfolg!**