Technische Universität Berlin **WS 2012/2013**
Fakultät II, Institut für Mathematik
Sekretariat MA 5–2, Frau Kiefer

Dr. Britta Peis
Martin Groß
Dr. Max Klimm
Madeleine Theile

Aylin Acikel, Katharina Bütow, Christian Döblin, Alexander Hopp, Daniel Kuske, Olivia Röhrig, Robert Rudow, Daniel Schmand, Hendrik Schrezenmaier, Judith Simon, Sebastian Spies, Steffen Suerbier, Fabian Wegscheider, Jan Zur

3. Übungsblatt Computerorientierte Mathematik I

Abgabe: 13.11.2012 (bis 12:15 Uhr in MA001)

1. Aufgabe (3 Punkte)

Jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ mit $n < 10^k$ lässt sich in der Form

$$n = \sum_{i=1}^{k} a_i \cdot 10^{i-1}$$

darstellen, wobei $a_i \in \{0, 1, \ldots, 9\}$ als die i-te Ziffer von n definiert ist für $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$. Gebt einen Algorithmus in Pseudocode an, der für eine solche Zahl $n \in \mathbb{N}$ und einen Index $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$ die i-te Ziffer a_i von n zurückgibt. Erläutert auch kurz und knapp die Idee eures Algorithmus.

2. Aufgabe ($4 + 4 + 2^*$ Punkte)

Eine *narzisstische Zahl* ist eine k-stellige natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$, deren Summe ihrer Ziffern potenziert mit k, wieder sich selbst ergibt. 153 ist ein Beispiel für eine 3-stellige narzisstische Zahl:

$$153 : 1^3 + 5^3 + 3^3 = 1 + 125 + 27 = 153$$

(a) Gebt einen Algorithmus in Pseudocode an, der testet, ob eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ eine narzisstische Zahl ist. Beschreibt euer Vorgehen und die Idee des Algorithmus in wenigen Sätzen.

Hinweis: Ihr könnt euren Algorithmus aus Aufgabe 1 als Unteralgorithmus verwenden.

(b) Gebt einen Algorithmus in Pseudocode an, der die Anzahl aller k-stelligen narzisstischen Zahlen für ein gegebenes $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ zurückgibt. Erläutert euren Ansatz und eure Umsetzung dieses Ansatzes.

Hinweis: Ihr könnt euren Algorithmus aus Aufgabenteil (a) als Unteralgorithmus verwenden.

(c) *Optional.* Zeigt, dass es nur endlich viele narzisstische Zahlen gibt.

Hinweis: Diese Aufgabe ist eine *Zusatzaufgabe*, bei der ihr maximal zwei Zusatzpunkte erwerben könnt.

Überlegt euch, was für ein gegebenes k die kleinste k-stellige Zahl ist und was die größte Zahl ist, die ihr als Summe von k Ziffern potenziert mit k erhalten könnt.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Die *Abrundungsfunktion* auf $\mathbb{R}$ ist definiert als

$$\lfloor x \rfloor := \max \{ n \in \mathbb{Z} \mid n \leq x \} \qquad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

Beweist folgende Aussagen mathematisch korrekt:

(a) $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(b) $\lfloor x + n \rfloor = \lfloor x \rfloor + n$ für alle $x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$.