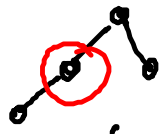
2. CoMa Übung

17.4.

Heaps, ~~Heratoren~~

Heaps: Datenstruktur in Baumform mit folgenden Eigenschaften:

- binärer Baum
- Voller Baum, alle (bis auf letzte Schicht) sind voll besetzt
- vollständig: jeder Knoten hat 0 oder 2 Kinder
  → Heap ist kein vollst. Baum



- Schlüssel in jedem Knoten ist größer als die seiner Kinder

∴

Operationen:

- extractMax/pop/poll: max. Element entfernen, $O(\log n)$
- top/max/peek: Wert des max. Elements zurückgeben, $O(1)$
- insert/push/offer/add: neues Element ein fügen, $O(\log n)$

manchmal:

- delete/remove: entfernt Element mit gegebenen Schlüssel
- decreaseKey/: ändert Schlüssel für Element mit gegb. Schlüssel in —"—

Java bietet:

java.util

Class PriorityQueue<E>

java.lang.Object
  └ java.util.AbstractCollection<E>
    └ java.util.AbstractQueue<E>
      └ **java.util.PriorityQueue<E>**

Type Parameters:

E - the type of elements held in this collection

All Implemented Interfaces:

Serializable, Iterable<E>, Collection<E>, Queue<E>

```
public class PriorityQueue<E>
extends AbstractQueue<E>
implements Serializable
```

An unbounded priority queue based on a priority heap. The elements of the priority queue are ordered according to their natural ordering, or by a Comparator provided at queue construction time, depending on which constructor is used. A priority queue does not permit null elements. A priority queue relying on natural ordering also does not permit insertion of non-comparable objects (doing so may result in ClassCastException).

Implementation note: this implementation provides O(log(n)) time for the enqueing and dequeing methods (offer, poll, remove() and add); linear time for the remove(Object) and contains(Object) methods; and constant time for the retrieval methods (peek, element, and size).

Constructor Summary

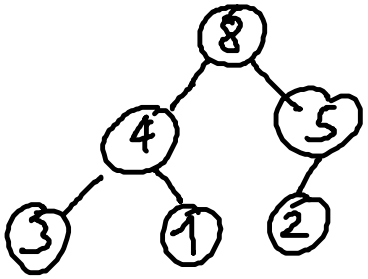
PriorityQueue()	Creates a PriorityQueue with the default initial capacity (11) that orders its elements according to their natural ordering.
PriorityQueue(Collection<? extends E> c)	Creates a PriorityQueue containing the elements in the specified collection. kopiert anderen Kontainer
PriorityQueue(int initialCapacity)	Creates a PriorityQueue with the specified initial capacity that orders its elements according to their natural ordering.
PriorityQueue(int initialCapacity, Comparator<? super E> comparator)	Creates a PriorityQueue with the specified initial capacity that orders its elements according to the specified comparator. spezielle Sortierfkt.

Method Summary

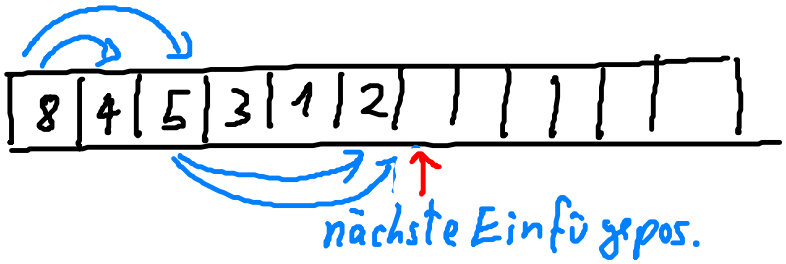
boolean	**add**(E e) einfügen Inserts the specified element into this priority queue.
void	**clear**() Removes all of the elements from this priority queue.
Comparator<? super E>	**comparator**() Returns the comparator used to order the elements in this queue, or null if this queue is sorted according to the natural ordering of its elements.
boolean	**contains**(Object o) Returns true if this queue contains the specified element.
Iterator<E>	**iterator**() Returns an iterator over the elements in this queue.
boolean	**offer**(E e) einfügen Inserts the specified element into this priority queue.
E	**peek**() max. element ansehen Retrieves, but does not remove, the head of this queue, or returns null if this queue is empty.
E	**poll**() max. element entfernen Retrieves and removes the head of this queue, or returns null if this queue is empty.
boolean	**remove**(Object o) Removes a single instance of the specified element from this queue, if it is present.
int	**size**() Returns the number of elements in this collection.
Object[]	**toArray**()

	Returns an array containing all of the elements in this queue.
<T> T[]	toArray(T[] a) Returns an array containing all of the elements in this queue; the runtime type of the returned array is that of the specified array.

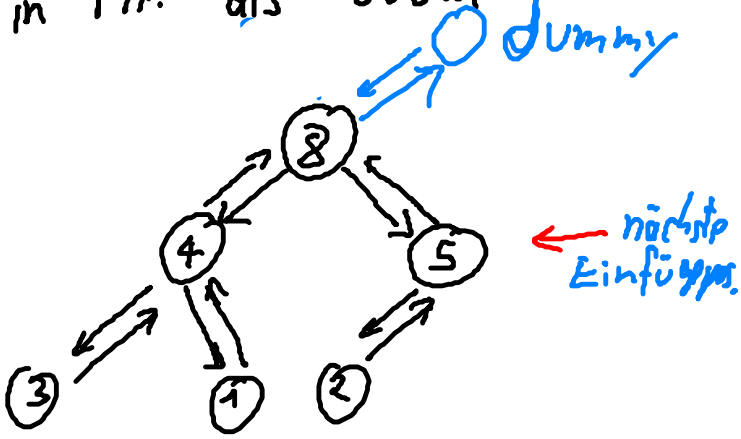
Beispiel:



in VL: als Array



in PA: als Baum

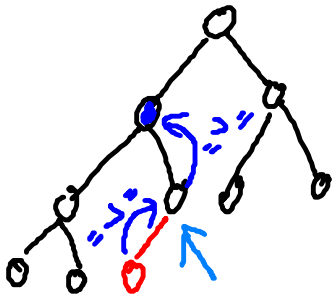


Vorteile:
- Baumstruktur implizit gegeb. (Weniger Fehler, weniger Speicher)
- Größe beliebig

Nachteile:
- Größe statisch
  → Kopieren bei Überschreiten der Kapazität nötig
- Aufwand für Konsistenz der Baumstruktur
- Speicherbedarf größer

Operationen in Baum-Variante:

Einfügen:
- Einfügeposition suchen (Vater des neuen Knotens)
- Knoten als Kind anhängen
- Knoten aufsteigen lassen, bis Vater > akt. Knoten



ist (siftUp())

```
SIFTUP(Node n):
WHILE( n.key > n.parent.key)
        tausche n und n.parent
        n:= n.parent
END WHILE
```

tausch der Daten in Schlüssel aus reicht hier

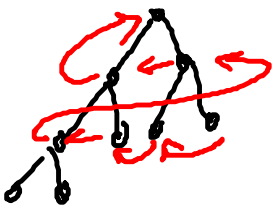
Maximum entfernen:

- Maximum ist in Wurzel
- Wurzel mit „letztem" Element tauschen
- neue Wurzel absinken lassen (heapify())

```
HEAPIFY(Node n):
  WHILE  n.key < max(n.left.key, n.right.key) DO
          tausche n und argmax(n.left.key, n.right.key)
          n := argmax(n.left.key, n.right.key)
  ENDWHILE
```

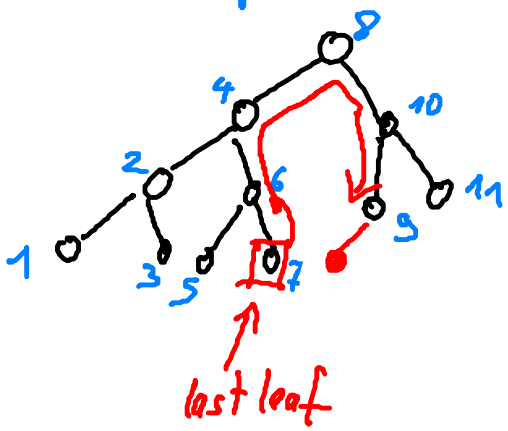
Heap erzeugen:
- n x 1 Element in leeren Heap einfügen

(oder)
- im Baum „rückwärts" schichtweise für jeden Knoten heapify() aufrufen



Implementationsdetails:

- Wo ist die neue Einfüge-Position:

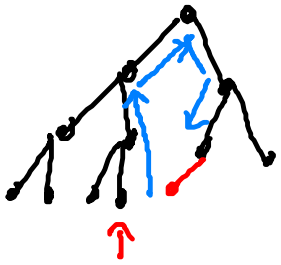


Inorder numerierung

Fall a) last leaf ist linkes Kind:
- neuer Knoten ist rechtes Kind vom vater von last leaf

b) Last leaf ist rechtes Kind:
- 2 Inorder Iterationen

oder: nextInsert(last leaf)



```
nextInsert(Node n):
WHILE  n ist rechtes Kind  DO
        n:=n.parent
ENDWHILE
IF   n ≠ root  DO
      n:=n.parent  .....
      n:=n.rightChild
ENDIF
WHILE  n ist kein Blatt  DO
        n:=n.leftChild
ENDWHILE
```

1 mal Inorder Inkrement

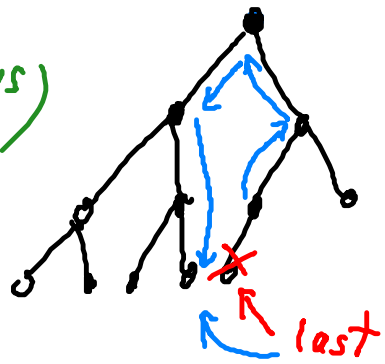
1 mal Inorder Inkrement

→ neuer Knoten als linkes Kind

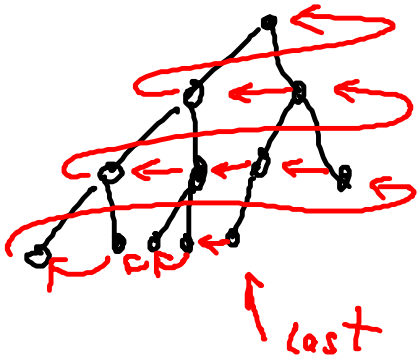
— Wo finde ich das vorherige Last-leaf beim Löschen?

— 2 mal Inorder rückwärts

→ next(insert() abwandeln, (Rechts und Links tauschen)



andere Methode: zusätzlichen Zeiger



beim Einfügen auf alten Lastleaf zeigen

⇒ schwieriger: BinTreeNode zu HeapNode erweitern um neuen Zeiger einzuführen

Programmierhinweise:

- sort(): bekommt Array T[], gibt dasselbe sort. Array zurück
  → Fehlermeldung falls Heap am Anfang nicht leer

falls: Array T[] erstellung nötig

~~T[] arr = new T[4];~~

T[] arr = (T[]) new object[4];

- „<", größer: a.compare To(b): $<0 \hat{=}$ a kleiner b
  $=0 \hat{=}$ a und b gleich
  $>0 \hat{=}$ a größer b
- Knoten tauschen: Daten tauschen reicht aus