Technische Universität Berlin **SS 2013**
Fakultät II, Institut für Mathematik
Sekretariat MA 5–2, Frau Kiefer

Prof. Dr. Martin Skutella
Torsten Gellert
Martin Groß
Dr. Max Klimm

Aylin Acikel, Katharina Bütow, Christian Döblin, Alexander Hopp, Daniel Kuske, Olivia Röhrig, Robert Rudow, Daniel Schmand, Hendrik Schrezenmaier, Mona Setje-Eilers, Judith Simon, Sebastian Spies, Fabian Wegscheider, Jan Zur

8. Übungsblatt Computerorientierte Mathematik II

Abgabe: 04.06.2013 (bis 14:15 Uhr in MA 004)

1. Aufgabe (1 + 1 + 1 + 1 Punkte)

Sei $0, \dots, m-1$ der Indexbereich einer Hashtabelle und $0, \dots, n-1$ der mögliche Schlüsselbereich, $m \ll n$. Überlegt, welche Schwächen die folgenden Hashfunktionen haben können. Welche Struktur(en) in den zu hashenden Schlüsselwerten könnten den Einsatz der jeweiligen Funktion problematisch machen und warum?

(a) $h(k) = k \mod m$ mit $m = 2^{12}$,

(b) $h(k) = \lfloor \frac{k}{125.000} \rfloor \cdot 625 + k \mod 625$ mit $n = 10^6$, $m = 5.000$,

(c) $h(k) = (\ell \cdot \lfloor \frac{m}{n} \cdot k \rfloor) \mod m$ mit $\ell \in \mathbb{N}$,

(d) $h(k) = \lfloor m \left(\frac{k}{n}\right)^2 \rfloor$.

2. Aufgabe (2 + 3 + 4 Punkte)

Sei $h' : \{0, \dots, n-1\} \to \{0, \dots, m-1\}$ eine gewöhnliche Hashfunktion und seien die Konstanten $c_1, c_2 \in \mathbb{Q}$ so gegewählt, dass die Hashfunktion mit quadratischen Sondieren

$$h(k, i) = (h'(k) + c_1 \cdot i + c_2 \cdot i^2) \mod m$$

nur ganzzahlige Werte ausgibt. Eine Situation, in der für zwei Schlüssel $k_1, k_2 \in \{0, \dots, n–1\}$ mit $h'(k_1) \neq h'(k_2)$ und zwei Sondierungsindizes $i_1, i_2 \in \{0, \dots, m-1\}$ gilt, dass $h(k_1, i_1) = h(k_2, i_2)$ und $h(k_1, i_1 + 1) = h(k_2, i_2 + 1)$ bezeichnen wir als *primäres Clustering*.

Hinweis: Diese Definition von primären Clustering ist anders als im Skript. Wenn in dieser Aufgabe von primärem Clustering die Rede ist, ist die hier angegebene Definition gemeint.

(a) Betrachtet zunächst den Spezielfall mit $c_1 = 1$, $c_2 = 2$, $m = 16$ und $h'(k) = k$ für alle $k \in \{0, \dots, m-1\}$. Für welche kleinsten Sondierungsindizes $i_3, i_7 \in \{0, \dots, m-1\}$ tritt für die Schlüssel 3 und 7 primäres Clustering auf.

(b) Betrachtet nun wieder allgemeines quadratisches Sondieren. Seien k_1, k_2 zwei Schlüssel mit $h'(k_1) \neq h'(k_2)$. Zeigt, dass dann $i_1 \neq i_2$ für alle Sondierungsindizes i_1, i_2 mit $h(k_1, i_1) = h(k_2, i_2)$.

(c) Überlegt, welche Bedingungen an die Konstante c_2 und m gestellt werden muss, so dass das quadratische Sondieren primäres Clustering vermeidet.

3. Aufgabe (3 + 4 Punkte)

In einer Einbahnstraße gibt es $n \geq 1$ Parkplätze nummeriert von 1 bis n. Es fahren n Autos hintereinander in die anfänglich leere Straße ein, wobei der i-te Wagen ab Parkplatznummer a_i mit $1 \leq a_i \leq n$ den nächsten freien Parkplatz in der Folge $a_i, a_i + 1, ..., n$ belegt. Besteht keine Parkmöglichkeit mehr, so verlässt der Wagen die Straße und sucht **nicht** weiter.

(a) Formuliert einen Algorithmus im Pseudocode, der die Autos den Parkplätzen zuordnet oder entscheidet, dass es keine solche Zuordnung gibt.

(b) Beweist, dass alle Autos genau dann einen Parkplatz finden, wenn es eine Permutation $\pi : \{1, 2, \ldots, n\} \to \{1, 2, \ldots, n\}$ gibt, sodass $a_i \leq \pi(i)$ für alle $i = 1, \ldots, n$.

Viel Spaß und Erfolg!